**ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC NĂM 2014**
**Môn : TOÁN; khối D**

**Câu 1 (2,0 điểm):** Cho hàm số $y = x^3 - 3x - 2$ (1)
a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
b) Tìm tọa độ điểm M thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại M có hệ số góc bằng 9.

**Câu 2 (1,0 điểm) :** Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(3z - \overline{z})(1 + i) - 5z = 8i - 1$. Tính môđun của z.

**Câu 3 (1,0 điểm) :** Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (x+1)\sin 2x dx$.

**Câu 4 (1,0 điểm):**
a) Giải phương trình: $\log_2(x - 1) - 2\log_4(3x - 2) + 2 = 0$
b) Cho một đa giác đều n đỉnh, $n \in N$ và $n \geq 3$. Tìm n biết rằng đa giác đã cho có 27 đường chéo.

**Câu 5 (1,0 điểm):** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $6x + 3y - 2z - 1 = 0$ và mặt cầu (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 2z - 11 = 0$. Chứng minh mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn (C). Tìm tọa độ tâm của (C).

**Câu 6 (1,0 điểm):** Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a và mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt đáy. Tính theo a thể tích khối chóp S.ABC và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA, BC.

**Câu 7 (1,0 điểm):** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC có chân đường phân giác trong của góc A là điểm D (1; -1). Đường thẳng AB có phương trình $3x + 2y - 9 = 0$, tiếp tuyến tại A của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có phương trình $x + 2y - 7 = 0$. Viết phương trình đường thẳng BC.

**Câu 8 (1,0 điểm):** Giải bất phương trình: $(x+1)\sqrt{x+2} + (x+6)\sqrt{x+7} \geq x^2 + 7x + 12$

**Câu 9 (1,0 điểm):** Cho hai số thực x, y thỏa mãn các điều kiện $1 \leq x \leq 2$; $1 \leq y \leq 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

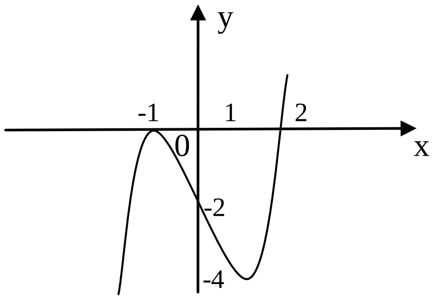
$$P = \frac{x+2y}{x^2+3y+5} + \frac{y+2x}{y^2+3x+5} + \frac{1}{4(x+y-1)}$$

**Bài giải**

**Câu 1:**
a) Tập xác định là R. $y' = 3x^2 - 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. $\lim\limits_{x\to-\infty} y = -\infty$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$

| x | $-\infty$ | | -1 | | 1 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| y' | | + | 0 | − | 0 | + | |
| y | $-\infty$ | ↗ | 0 CĐ | ↘ | -4 CT | ↗ | $+\infty$ |

Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ ; $(1; +\infty)$; hàm số nghịch biến trên (-1; 1)
Hàm số đạt cực đại tại x = -1; y(-1) = 0; hàm số đạt cực tiểu tại x = 1; y(1) = -4
$y'' = 6x$; $y'' = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Điểm uốn I (0; -2)
<u>Đồ thị</u> :



b) y' (x) = 9 ⇔ $3x^2 - 3 = 9$ ⇔ x = ±2
y(-2) = -4; y(2) = 0
Vậy hai điểm M là (-2; -4) và (2; 0)

**Câu 2:** Giả thiết ⇔ $(3i – 2)z – (1 + i)\overline{z} = 8i – 1$
Gọi z = a + ib ⇒ (3i – 2)(a + ib) – (1 + i) (a – ib) = 8i – 1
⇔ - 3a – 4b + (2a – b)i = 8i – 1
⇔ 3a + 4b = 1 và 2a – b = 8 ⇔ a = 3 và b = -2
Vậy môđun của z là : $\sqrt{13}$.

**Câu 3:** $I = \int_0^{\pi/4} (x+1)\sin 2x dx$. Đặt u = x+1 ⇒ du = dx
dv = sin2xdx, chọn $v = -\frac{1}{2}\cos 2x$

$$I = -\frac{1}{2}(x+1)\cos 2x\Big|_0^{\pi/4} + \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos 2x dx = -\frac{1}{2}(x+1)\cos 2x\Big|_0^{\pi/4} + \frac{1}{4}\sin 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}$$

$$= 0 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - 0 = \frac{3}{4}$$

**Câu 4 :** a) $\log_2(x – 1) – 2\log_4(3x – 2) + 2 = 0$
⇔ $\log_2(x – 1) – \log_2(3x – 2) = -2$ ⇔ x > 1 và $\log_2 \frac{x-1}{3x-2} = \log_2 \frac{1}{4}$
⇔ x > 1 và 4(x – 1) = 3x – 2 ⇔ x = 2

b) Số các đoạn thẳng lập được từ n đỉnh là $C_n^2$
Số cạnh của đa giác n đỉnh là n
Vậy số đường chéo của đa giác n đỉnh là: $C_n^2$-n
Theo đề bài ta có $C_n^2$-n = 27 ⇔ $\frac{n(n-1)}{2} - n = 27$
⇔ $n^2 - 3n - 54 = 0$ ⇔ n = 9 hay n = -6 (loại)

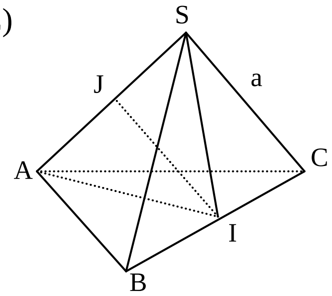
**Câu 5:** (S) : $x^2 + y^2 + z^2 – 6x – 4y – 2z – 11 = 0$
I (3; 2; 1); R = $\sqrt{9+4+1+11}$ = 5.        (P) : 6x + 3y – 2z – 1 = 0
d(I, (P)) = $\frac{|18+6-2-1|}{\sqrt{36+9+4}} = \frac{21}{7} = 3 < 5$     ⇒ (P) cắt (S) theo một đường tròn (C)
Δ là đường thẳng đi qua I (3; 2; 1) và nhận $\overrightarrow{n_P}$ = (6; 3; -2) là vectơ chỉ phương
Tâm đường tròn (C) là giao điểm của Δ và (P) thỏa hệ phương trình :

$$\begin{cases} x = 3 + 6t \ (1) \\ y = 2 + 3t \ (2) \\ z = 1 - 2t \ (3) \\ 6x + 3y - 2z - 1 = 0 \ (4) \end{cases}$$

Thế (1), (2), (3) vào (4) ta được : 6(3 + 6t) + 3 (2 + 3t) – 2(1 – 2t) – 1 = 0
⇔ 49t + 21 = 0 ⇔ t = $-\frac{3}{7}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 3 + 6\dfrac{-3}{7} = \dfrac{3}{7} \\ y = 2 + 3\dfrac{-3}{7} = \dfrac{5}{7} \\ z = 1 - 2\dfrac{-3}{7} = \dfrac{13}{7} \end{cases}$$

**Câu 6 :**




Gọi I là trung điểm của BC $\Rightarrow$ SI $\perp$ BC $\Rightarrow$ SI $\perp$ mp(ABC)

$\Delta$ABC vuông cân $\Rightarrow$ AI = $\dfrac{BC}{2} = \dfrac{a}{2}$

S(ABC) = $\dfrac{1}{2}a.\dfrac{a}{2} = \dfrac{a^2}{4}$

$V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}SI.S_{ABC} = \dfrac{1}{3}\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\dfrac{a^2}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$

Kẻ IJ vuông góc với SA, $\Delta$SIA vuông góc tại I, IJ là khoảng cách giữa SA và BC

$$\Rightarrow \frac{1}{IJ^2} = \frac{1}{SI^2} + \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{\frac{3a^2}{4}} + \frac{1}{\frac{a^2}{4}} \Rightarrow IJ = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

**Câu 7 :** Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ phương trình :

$$\begin{cases} 3x + 2y - 9 = 0 \\ x + 2y - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow A\ (1;\ 3)$$

Phương trình đường thẳng AD : x = 1

Gọi $\alpha$ là góc hợp bởi AB và AD $\Rightarrow$ cos$\alpha$ = $\dfrac{3}{\sqrt{13}}$

Phương trình AC có dạng : a(x – 1) + b(y – 3) = 0

Gọi $\beta$ là góc hợp bởi AD và AC $\Rightarrow$ $\beta = \alpha$

cos$\beta$ = $\dfrac{|a|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \dfrac{3}{\sqrt{13}}$ $\Leftrightarrow$ $4a^2 = 9b^2$. Chọn b = 1 $\Rightarrow$ $a = \pm\dfrac{3}{2}$ (loại $a = \dfrac{3}{2}$)

$\Rightarrow$ Phương trình AC : -3x + 2y – 3 = 0

Gọi $\gamma$ là góc hợp bởi đường tiếp tuyến tại A với đường tròn ngoại tiếp $\Delta$ABC và đường thẳng AC. BC có pháp vectơ (m; n)

$\Rightarrow$ cos$\gamma$ = $\dfrac{|3m+2n|}{\sqrt{13}\sqrt{m^2+n^2}}$ = cosB = $\dfrac{1}{\sqrt{65}}$

$\Leftrightarrow$ $5(9m^2+4n^2+12mn) = m^2 + n^2 \Leftrightarrow 44m^2 + 19n^2 + 60mn = 0$

$\Leftrightarrow$ m = $\dfrac{-n}{2}$ hay m = $\dfrac{-19}{22}n$

Vậy phương trình BC là : x - 2y - 3 = 0 hay 19x - 22y – 41 = 0

**Câu 8 :**

Với Đk : x ≥ - 2 thì bất pt $\Leftrightarrow (x+1)(\sqrt{x+2}-2) + (x+6)(\sqrt{x+7}-3) \geq x^2 + 2x - 8$

$$\Leftrightarrow \frac{(x+1)(x-2)}{\sqrt{x+2}+2} + \frac{(x+6)(x-2)}{\sqrt{x+7}+3} \geq (x-2)(x+4)$$

$$\Leftrightarrow (x-2)\left[\frac{x+1}{\sqrt{x+2}+2} + \frac{x+6}{\sqrt{x+7}+3} - (x+4)\right] \geq 0 \quad (*)$$

Ta có: $\frac{x+1}{\sqrt{x+2}+2}+\frac{x+6}{\sqrt{x+7}+3}<\frac{x+1}{2}+\frac{x+6}{3}=\frac{5}{6}x+\frac{5}{2}=x+4-\frac{x+9}{6}<x+4\ \forall x\geq -2$

Vậy (*) $\Leftrightarrow x-2\leq 0\Leftrightarrow x\leq 2$. Vậy $-2\leq x\leq 2$ là nghiệm của bất phương trình.

**Câu 9 :**

$$P=\frac{x+2y}{x^2+3y+5}+\frac{y+2x}{y^2+3x+5}+\frac{1}{4(x+y-1)}$$

$$\begin{cases}1\leq x\leq 2\\ 1\leq y\leq 2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x-1)(x-2)\leq 0\\ (y-1)(y-2)\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2\leq 3x-2\\ y^2\leq 3y-2\end{cases}$$

$$P\geq\frac{x+2y}{3(x+y)+3}+\frac{y+2x}{3(x+y)+3}+\frac{1}{4(x+y-1)}$$

$$=\frac{x+y}{x+y+1}+\frac{1}{4(x+y-1)}=\frac{t}{t+1}+\frac{1}{4(t-1)}$$

Đặt $t = x + y$, đk $2\leq t\leq 4$

$$f(t)=\frac{t}{t+1}+\frac{1}{4(t-1)},\ t\in[2;4]$$

$$f'(t)=\frac{1}{(t+1)^2}-\frac{1}{4(t-1)^2}$$

$f'(t)=0\Leftrightarrow 2(t-1)=\pm(t+1)\Leftrightarrow 2t-2=t+1$ hay $2t-2=-t-1$

$\Leftrightarrow t=3$ hay $t=1/3$ (loại) . Ta có $f(3)=\frac{7}{8}$

Khi $t=3\Rightarrow\begin{cases}x=1\vee x=2\\ y=1\vee y=2\\ x+y=3\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=1\\ y=2\end{cases}\\ \begin{cases}x=2\\ y=1\end{cases}\end{array}\right.$. Vậy Pmin = $\frac{7}{8}$ tại $\begin{cases}x=1\\ y=2\end{cases}$ hay $\begin{cases}x=2\\ y=1\end{cases}$

Hà Văn Chương, Ngô Trấn Vũ
(Trung tâm LTĐH Vĩnh Viễn – TP.HCM)