ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC KHỐI A NĂM 2014
Môn thi : TOÁN; khối B
Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1: (2,0 điểm) Cho hàm số $y = x^3 - 3mx + 1$ (1), với m là tham số thực.

a. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (1) khi m=1.
b. Cho điểm A(2;3). Tìm m để đồ thị (1) có hai cực trị B và C sao cho tam giác ABC cân tại A.

Câu 2: **(1,0 điểm)** Giải phương trình $\sqrt{2}\left(\sin x - 2\cos x\right) = 2 - \sin 2x$

Câu 3: **(1,0 điểm)** Tính tích phân $\int_1^2 \frac{x^2 + 3x + 1}{x^2 + x}dx$

Câu 4: **(1,0 điểm)**

a. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện 2z + 3(1- i) $\bar{z}$ =1 - 9i. Tìm môđun của z.
b. Để kiểm tra chất lượng sản phẩm từ công ty sữa, người ta gửi đến bộ phận kiểm nghiệm 5 hộp sữa cam, 4 hộp sữa dâu và 3 hộp sữa nho. Bộ phận kiểm nghiệm chọn ngẫu nhiên 3 hộp sữa để phân tích mẫu. Tính xác suất để 3 hộp sữa được chọn có cả 3 loại.

Câu 5: **(1,0 điểm)** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho điểm A(1;0;-1) và đường thẳng

d: $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$. Viết phương trình mp qua A và vuông góc với d. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của A trên d.

Câu 6: **(1,0 điểm)** Cho lăng trụ ABC.A'B'C' có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh AB, góc giữa đường thẳng A'C và mặt đáy bằng 60^0. Tính theo a thể tích của khối lăng trụ ABC.A'B'C' và khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (ACC'A').

Câu 7: **(1,0 điểm)**Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình bình hành ABCD. Điểm M(-3;0) là trung điểm của cạnh AB, điểm H(0;-1) là hình chiếu vuông góc của B trên AD và điểm G($\frac{4}{3}$;3) là trọng tâm của tam giác BCD. Tìm tọa độ các điểm B và D.

Câu 8: **(1,0 điểm)** Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} (1-y)\sqrt{x-y} + x = 2 + (x-y-1)\sqrt{y} \\ 2y^2 - 3x + 6y + 1 = 2\sqrt{x-2y} - \sqrt{4x-5y-3} \end{cases} \left(x, y \in \mathbb{R}\right)$$

Câu 9: **(1,0 điểm)**Cho các số thực a, b, c không âm và thỏa mãn điều kiện (a+b)c >0. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức.

$$P = \sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{a+c}} + \frac{c}{2(a+b)}$$

Đáp án

Câu 1:

a) Tập xác định là R, y' = $3x^2$-3, y' = 0 $\Leftrightarrow x$ = -1 hay x = 1
Hàm số đạt 2 cực trị tại: A (-1 ; 3) hay B (1 ; -1)
$\lim\limits_{x\to-\infty} y = -\infty$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$

Bảng biến thiên

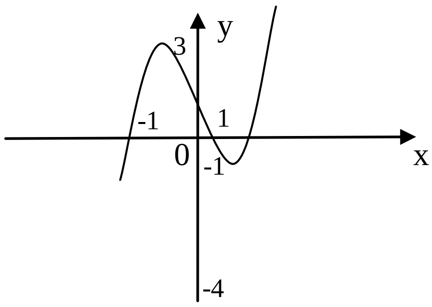
x	$-\infty$ -1 1 $+\infty$
y’	+ 0 – 0 +
y	$-\infty \nearrow$ 3 (CĐ) $\searrow$ -1 (CT) $\nearrow +\infty$

Hàm số đồng biến trên 2 khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$

Hàm số nghịch biến trên (-1;1)

y" = 6x; y” = 0 $\Leftrightarrow$ x = 0. Điểm uốn I (0; 1)

<u>Đồ thị</u> :



b) y’ = 0 $\Leftrightarrow 3x^2 - 3m = 0 \quad \Leftrightarrow x^2 = m$

hàm số có hai cực trị $\Leftrightarrow$ m>0

Tam giác ABC cân tại A $\Leftrightarrow AB^2 = AC^2$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{m}-2\right)^2 + \left(m\sqrt{m}-3m\sqrt{m}-2\right)^2 = \left(\sqrt{m}+2\right)^2 + \left(-m\sqrt{m}+3m\sqrt{m}-2\right)^2$$

$$\Leftrightarrow -4\sqrt{m}-4\sqrt{m}+8m\sqrt{m}+8m\sqrt{m}=0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{m}\left(2m-1\right)=0 \Leftrightarrow m=\frac{1}{2} \text{ (vì m>0)}$$

Câu 2: $\sqrt{2}\left(\sin x - 2\cos x\right) = 2 - \sin 2x$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2}\sin x - 2\sqrt{2}\cos x - 2 + 2\sin x\cos x = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2}\left(\sin x - \sqrt{2}\right) + 2\cos x\left(\sin x - \sqrt{2}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\sin x - \sqrt{2}\right)\left(\sqrt{2} + 2\cos x\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = \sqrt{2} \text{ (loai)} \\ \cos x = -\dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow x = \pm\frac{3\pi}{4} + k2\pi$$

Câu 3: $I = \int_1^2 \frac{x^2+3x+1}{x^2+x}dx = \int_1^2\left(1+\frac{2x+1}{x^2+x}\right)dx = \left(x + \ln\left|x^2+x\right|\right)\Big|_1^2 = 1 + \ln 3$

Câu 4: a) Đặt z = a + bi (a, b $\in \mathbb{R}$)

2(a + bi) + 3(1 – i)(a – bi) = 1 - 9i $\Leftrightarrow 2a + 2bi + 3\left(a - bi - ia + bi^2\right) = 1 - 9i$

$$\Leftrightarrow 5a - 3b + \left(-b - 3a\right)i = 1 - 9i \Leftrightarrow \begin{cases} 5a - 3b = 1 \\ 3a + b = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}. \text{ Vậy: } |z| = \sqrt{13}$$

b) Số cách chọn 3 hộp sữa từ 12 hộp $\quad C_{12}^3 = 220$

Số cách chọn 3 hộp có cả 3 loại $C_5^1C_4^1C_3^1 = 60$

Xác suất để 3 hộp sữa được chọn có cả 3 loại là : 60/220 = 3/11

Câu 5:

a) Gọi (α) là mặt phẳng qua A (1; 0; -1) và (α) $\perp$ d. Ta có : $\overrightarrow{a_d} = \overrightarrow{n_\alpha}$ = (2; 2; -1)

$\Rightarrow$ pt (α) : 2(x – 1) + 2(y – 0) – 1(z + 1) = 0 $\Leftrightarrow$ 2x + 2y – z – 3 = 0

b) Hình chiếu A lên d là giao điểm I của (α) và d.

A $\in$ (d) $\Rightarrow$ x = 2t + 1; y = 2t – 1; z = -t

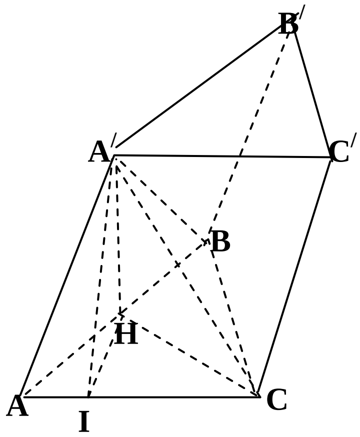
$A \in (\alpha) \Rightarrow 2(2t + 1) + 2(2t - 1) + t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{1}{3} \Rightarrow$ I (5/3; -1/3; -1/3)

Câu 6: Gọi H trung điểm AB thì $A'H \perp (ABC)$

Hình chiếu vuông góc của A'C lên (ABC) là HC. Vậy góc A'C và (ABC) là $\widehat{A'CH} = 60^0$

Δ A'HC vuông $\Rightarrow \tan 60^0 = \dfrac{A'H}{HC} = \sqrt{3} \Rightarrow A'H = \sqrt{3}\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{3a}{2}$

$V_{LT} = A'H\ dt(\Delta ABC) = \dfrac{3a}{2}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$



<u>Cách 1</u>: Do AB cắt (A'AC) tại A mà H là trung điểm AB nên

d(B, (A'AC)) = 2d(H, (A'AC))

Vẽ $HI \perp AC$, Vẽ $HK \perp A'I$ (1)

Do $AC \perp (A'IH) \Rightarrow AC \perp HK$ (2)

(1), (2) $\Rightarrow HK \perp$ (A'AC

ΔA'HI vuông $\Rightarrow HK = \dfrac{HA'.HI}{A'I} = \dfrac{\dfrac{3a}{2}.\dfrac{a\sqrt{3}}{4}}{\sqrt{\dfrac{9a^2}{4} + \dfrac{3a^2}{16}}} = \dfrac{3a}{2\sqrt{13}}$

Vậy d(B, A'AC) = 2HK = $\dfrac{3a}{\sqrt{13}}$

<u>Cách 2</u>: d(B, (A'AC)) = $\dfrac{3V_{A'.ABC}}{dt(\Delta A'AC)} = \dfrac{V_{LT}}{\dfrac{1}{2}A'I.AC} = \dfrac{\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}}{\dfrac{1}{2}.\dfrac{a\sqrt{39}}{4}.a} = \dfrac{3a}{\sqrt{13}}$

Câu 7: Phương trình đường tròn đường kính AB: $(x+3)^2 + y^2 = 10$

I(a; b) là giao điểm của AC và BD

$\overrightarrow{GC} = -2\overrightarrow{GI} \Rightarrow C(4-2a; 9-2b) \Rightarrow B(-2-4a; 9-4b) \Rightarrow D(2+6a; 6b-9)$

$\overrightarrow{HA} = (4a-4; 4b-8)$ cùng phương $\overrightarrow{HD} = (6a+2; 6b-8)$ nên a = 2b -3

$\Rightarrow A(8b-16; 4b-9)$ mà $A \in (C) \Rightarrow (8b-13)^2 + (4b-9)^2 = 10$

$b = 2 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow B(-6;1), D(8;3)$ (loại vì khi đó H không là hình chiếu của B lên AD)

hay $b = \dfrac{3}{2} \Rightarrow a = 0 \Rightarrow B(-2;3), D(2;0)$

Câu 8:

$$\begin{cases} (1-y)\sqrt{x-y} + x = 2 + (x-y-1)\sqrt{y} & (1) \\ 2y^2 - 3x + 6y + 1 = 2\sqrt{x-2y} - \sqrt{4x-5y-3} & (2) \end{cases}$$

ĐK : $x - y \ge 0$, $y \ge 0$, $x - 2y \ge 0$; $4x - 5y - 3 \ge 0$

(1) $(1-y)\sqrt{x-y} + (x-y-1) + (y-1) - (x-y-1)\sqrt{y} = 0$

$\Leftrightarrow (1-y)(\sqrt{x-y} - 1) + (x-y-1)(1-\sqrt{y}) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{(1-y)(x-y-1)}{\sqrt{x-y}+1} + \dfrac{(x-y-1)(1-y)}{1+\sqrt{y}} = 0$

$\Leftrightarrow (1-y)(x-y-1)\left[\dfrac{1}{\sqrt{x-y}+1} + \dfrac{1}{1+\sqrt{y}}\right] = 0 \Leftrightarrow (1-y)(x-y-1) = 0 \Leftrightarrow$ y=1 hay x = y + 1

- y = 1, (2) $\Rightarrow 9 - 3x = 2\sqrt{x-2} - \sqrt{4x-8} \Leftrightarrow 9 - 3x = 0 \Leftrightarrow x = 3$

- $x = y + 1$, (2) $\Rightarrow 2y^2 + 3y - 2 = 2\sqrt{1-y} - \sqrt{1-y} \Leftrightarrow 2y^2 + 3y - 2 = \sqrt{1-y}$ (A)

Cách 1: (A) $\Leftrightarrow \sqrt{1-y} - 2y^2 - 3y + 2 = 0$

$\Leftrightarrow 2(1-y) - 2y\sqrt{1-y} + (2y+1)\sqrt{1-y} - y(2y+1) = 0$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{1-y}\left(\sqrt{1-y} - y\right) + (2y+1)(\sqrt{1-y} - y) = 0 \Leftrightarrow \left(2\sqrt{1-y} + 2y + 1\right)\left(\sqrt{1-y} - y\right) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2\sqrt{1-y} + 2y + 1 = 0\,(VN) \\ \sqrt{1-y} - y = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \sqrt{1-y} = y (y \geq 0)$

$\Leftrightarrow y^2 + y - 1 = 0 \Leftrightarrow y = \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} \vee y = \dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$ (loại)

Nếu $y = \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow x = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$. Vậy hệ có nghiệm (3;1) và $\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}; \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)$

Cách 2: (A) $\Leftrightarrow 2y^2 + y = 2\left(\sqrt{1-y}\right)^2 + \sqrt{1-y}$ (*)

Xét $f(t) = 2t^2 + t, t \geq 0$, $f'(t) = 4t + 1 > 0$ nên f(t) đồng biến trên $\left[0 : +\infty\right)$

(*) $\Leftrightarrow y = \sqrt{1-y} \Leftrightarrow y^2 + y - 1 = 0 \Leftrightarrow y = \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} \vee y = \dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$ (loại)

Nếu $y = \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow x = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$. Vậy hệ có nghiệm (3;1) và $\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}; \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)$

Câu 9:

Từ điều kiện ta có c > 0 và a + b > 0

$P = \sqrt{\dfrac{a/c}{\frac{b}{c}+1}} + \sqrt{\dfrac{b/c}{\frac{a}{c}+1}} + \dfrac{1}{2\left(\frac{a}{c}+\frac{b}{c}\right)} = \sqrt{\dfrac{x}{y+1}} + \sqrt{\dfrac{y}{x+1}} + \dfrac{1}{2(x+y)}$ với $x = \dfrac{a}{c} \geq 0, y = \dfrac{b}{c} \geq 0$

Ta có $\sqrt{\dfrac{x}{y+1}} \geq \dfrac{2x}{x+y+1}$ Dấu "=" xảy ra khi x = 0 hay x = y + 1

Ta có $\sqrt{\dfrac{y}{x+1}} \geq \dfrac{2y}{x+y+1}$ Dấu "=" xảy ra khi y = 0 hay y = x + 1

$P \geq \dfrac{2(x+y)}{(x+y)+1} + \dfrac{1}{2(x+y)} = \dfrac{2t}{t+1} + \dfrac{1}{2t}$ với $t = x + y > 0$

Xét $f(t) = \dfrac{2t}{t+1} + \dfrac{1}{2t}, f'(t) = \dfrac{2}{(t+1)^2} - \dfrac{1}{2t^2}$

$f'(t) = 0 \Leftrightarrow 4t^2 = (t+1)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -\dfrac{1}{3} (loai) \\ t = 1 \Rightarrow f(1) = \dfrac{3}{2} \end{array}\right.$

Từ bảng biến thiên ta có $f(t) \geq f(1) = \dfrac{3}{2}$

Vậy P có giá trị nhỏ nhất là $\frac{3}{2}$ khi $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a = 0 \\ b = c \end{cases} \\ \begin{cases} b = 0 \\ a = c \end{cases} \end{array} \right.$

Hà Văn Chương, Ngô Trấn Vũ
(Trung tâm LTĐH Vĩnh Viễn – TP.HCM)